代数幾何学シンポジウム記録
1979年度　pp.58-76

The coincidence of fields of moduli for non-hyperelliptic curves and for their jacobian varieties

中大 理工　関口 力

Field of moduli の概念は，松阪氏により導入され，志村氏により，ほとんど標数 0 の場合であるが，curve あるいは polarized abelian variety 等についていろいろの結果が出されている。しかしながら，正標数の場合，考察はされていたものの inseparability の部分が明確でなく，その明確な定義は小泉 [3] により始めて導入され，お蔭により正標数の場合にも考察がし易くなったのである。ここでは，正標数の場合に non-hyperelliptic curve とその polarized jacobian variety の field of moduli の一致することを示す。

§1. Field of moduli

以下，universal domain Ω を固定する。Ω の部分体 k，k 上定義された曲線あるいは偏極アーベル多様体 X と X' について，geometric isomorphy

$$\mathfrak{P}/k \sim \mathfrak{P}'/k' \underset{\text{def.}}{\Longleftrightarrow} \Omega \supset {}^{\exists}K \supset \begin{matrix} k \\ k' \end{matrix} \quad \text{s.t.} \quad \mathfrak{P} \otimes_k K \simeq \mathfrak{P}' \otimes_{k'} K$$

で定義する。このとき，$\mathfrak{P}$ の field of moduli $k_{\mathfrak{P}}$ は次のように定義される。

$$\Omega \supset k_{\mathfrak{P}} : \text{field of moduli for } \mathfrak{P} \underset{\text{def.}}{\Longleftrightarrow} \begin{cases} \text{i)} \ k_{\mathfrak{P}} = \bigcap_{\mathfrak{P}'/k' \sim \mathfrak{P}} k' \\ \text{ii)} \ \text{for } {}^{\forall}\sigma \in \mathrm{Aut}(\Omega), \\ \quad \mathfrak{P} \sim \mathfrak{P}^{\sigma} \Rightarrow \sigma|_{k_{\mathfrak{P}}} = \mathbb{1}_{k_{\mathfrak{P}}} \end{cases}$$

Field of moduli に関して，次の定理が基本的である。

<u>定理</u>. complete non-singular curve あるいは polarized abelian variety に対し，field of moduli が存在する。(例えば，Koizumi [3] 参照。)

<u>§2. 問題と結果</u>

以下，M_g を genus g の complete non-singular curve の coarse moduli scheme，$A_{g,d}$ を degree d の polarization をもつ次元 g の abelian variety の coarse moduli scheme とする（[4] 参照）。

<u>問題 1</u>. C を genus g の complete non-singular curve，x をそれに対応する M_g 上の点とした

とき，

$$k_C = \mathbb{k}(x)$$

となるか。但し，$\mathbb{k}(x)$ は M_g における x の剰余体である。

<u>問題 2</u>. P を degree d の polarization をもつ次元 g の abelian variety とし，x をそれに対応する $A_{g,d}$ 上の点としたとき，

$$k_P = \mathbb{k}(x)$$

となるか，

このニつの問題に関しすぐわかることは

<u>命題</u>. P を curve あるいは polarized abelian variety とし，それに対応する moduli scheme 上の点を x としたとき，k_P は $\mathbb{k}(x)$ 上高々 purely inseparable である。

これから，上の問題は標数 0 の場合成り立つのであるが，正標数の場合は今だ解かれていない。尚，標数 0 の場合，Baily，Shimura により論じられており よく知られた事実である。

Field of moduli は定義体の下限であり，次に

問題になるのはそれが最小かどうかである。

<u>問題 3</u>. $\mathfrak{P}$ を complete non-singular curve あるいは polarized abelian variety としたとき，$\mathfrak{P}$ の field of moduli $k_{\mathfrak{P}}$ 上定義された $\mathfrak{P}'$ で，$\mathfrak{P}' \sim \mathfrak{P}$ となるものが存在するか。

この問題に関しては，Shimura [7] により，一般には否定的な結果が出されている。

<u>定理</u> (Shimura). $\mathfrak{P}$ を標数 0 の体上定義された次元 g の generic polarized abelian variety とする。このとき，

$$g : \text{奇数} \Longrightarrow \exists\, \mathfrak{P}'/k_{\mathfrak{P}} \quad \text{s.t.} \quad \mathfrak{P} \sim \mathfrak{P}',$$

$$g : \text{偶数} \Longrightarrow \nexists\, \mathfrak{P}'/k_{\mathfrak{P}} \quad \text{s.t.} \quad \mathfrak{P} \sim \mathfrak{P}'.$$

問題 1, 2, 3 は coarse moduli scheme がどのくらい coarse であるかを示唆するものであり，基本的で重要な問題である。

我々の取り扱う問題は，最初に述べたように，次の問題である。

<u>問題 4</u>. C を genus g (≥ 2) の complete non-singular curve，$\mathfrak{P} = (J(C), X(C))$ をその polarized jacobian variety としたとき，

$$k_C = k_P$$

であるが，標数0の場合，これは簡単なことであり，field of moduli は(ii)だけで特徴づけられ，Torelli map が injective であることを用いれば等号の成り立つことがわかる（これは小泉氏の指摘による）。正標数の場合にも同様に成立することが望まれるのであるが，残念ながら今のところ non-hyperelliptic に限らざるを得ない。尚，Oort と Steenbrink が，Torelli map がいつ locally closed immersion かを調べており，従って，locally closed immersion となる点では，問題1，2より自動的に問題4が肯定的に得られることを注意しておく。次が我々の主定理である。

<u>定理 I</u>．C を標数 p (>0) の体上定義された complete non-singular curve とし，$(J(C), \lambda(C))$ をその polarized jacobian variety とするとき，

$$k_C = k_{(J(C), \lambda(C))}$$

が成り立つ。

Genus g を3以下に限るならば，Oort - Ueno の結果

<u>定理</u>（Oort-Ueno）．$\mathcal{P}$ を 2 あるいは 3 次元の principally polarized abelian variety としたとき，good stable curve C が存在し，

$$(J(C), \lambda(C)) \sim \mathcal{P}$$

が成り立つ

（［6］参照）．

があるが，［6］の方法を精密化することにより $g=3$ の場合に定義体も含めた次の結果を得る．

<u>定理 II</u>．$\mathcal{P}$ を体 k 上の 3 次元 principally polarized abelian variety としたとき，k 上の good stable curve C が存在し，

$$(J(C), \lambda(C)) \simeq \mathcal{P}$$

となる．

<u>§3．定理の証明</u>

先ず，Oort-Ueno の補題の精密化から始める．

<u>命題 1</u>．（Oort-Ueno）．$(A, \mathfrak{m})$ を discrete valuation ring，その剰余体を $k = A/\mathfrak{m}$，商体を $K = \mathrm{f.f.}(A)$ とおく．$(\mathcal{X}, \lambda)$ を Spec A 上の principally polarized abelian

scheme, C を K 上の genus g (≥ 2) の good stable curve とし、同型

$$\phi_0 : (J(C), \lambda(C)) \simeq (\mathcal{X}, \lambda) \otimes_A K$$

が与えられているとする。このとき、Spec A 上の good stable curve $\mathcal{C}$ で、次の条件を満足するものが存在する。

$$\mathcal{C} \otimes_A K \simeq C,$$

$$\exists\, \phi : (J(\mathcal{C}), \lambda(\mathcal{C})) \simeq (\mathcal{X}, \lambda) \quad \text{s.t.} \quad \phi \otimes K = \phi_0 .$$

<u>証明の方針</u>. K が十分大きい時には、C が $J(C) \simeq \mathcal{X} \otimes_A K$ に埋め込まれ、$\mathcal{X}$ の中で C の scheme-theoretic な closure $\mathcal{C}$ を取れば、それが求める Spec A 上の good stable curve となる ([6] 参照). 一般には、一旦、K を適当な有限次拡大体 K' に拡げ、$C \otimes K'$ を $J(C) \otimes K' \simeq \mathcal{X} \otimes_A K'$ に埋め込み、$C \otimes K'$ を上の議論で Spec A' 上の good stable curve $\mathcal{C}'$ に拡げる。但し、A' は A の K' における integral closure を 1 つの maximal ideal で localization したもの。ここで、$\mathcal{C}'$ は generic fibre で K 上への descent data を持っているわけであるが、これを [1], Theorem 2.4 の証明と同じ論法により、Spec A' から

Spec A への decent data に伸ばすことが出来，$\mathcal{C}'$ は Spec A 上の good stable curve におとすことが出来る。

この命題より，簡単に次の系を得る．

<u>系 2</u>． $(A, \mathfrak{m})$ を regular local ring，$k = A/\mathfrak{m}$，$K = \mathrm{f.f.}(A)$ とする．$(\mathfrak{X}, \lambda)$ を Spec A 上の principally polarized abelian scheme，C を K 上の good stable curve とし，$(J(C), \lambda(C)) \simeq (\mathfrak{X}, \lambda) \otimes_A K$ とする。このとき，k 上の good stable curve C_0 が存在し，

$$(J(C_0), \lambda(C_0)) \simeq (\mathfrak{X}, \lambda) \otimes_A k$$

となる．

次の命題が，我々の議論の道具になるものであり，non-hyperelliptic に制限する理由はここにある．

<u>命題 3</u>． $(A, \mathfrak{m}_A)$ を complete discrete valuation ring，$k = A/\mathfrak{m}_A$，$K = \mathrm{f.f.}(A)$ とする．K' を K の finite algebraic extension とし，A' を A の K' における integral closure，$k' = A'/\mathfrak{m}_{A'}$ とおく．$(\mathfrak{X}, \lambda)$ を $S = \mathrm{Spec}\, A$ 上の principally polarized abelian scheme，C' を K' 上の complete non-singular curve，C_0 を k 上の non-hyperelliptic

curve とし，同型写像

$$\psi : (J(C'), \lambda(C')) \xrightarrow{\sim} (\mathfrak{X}, \lambda) \otimes_A K',$$

$$(J(C_0), \lambda(C_0)) \xrightarrow{\sim} (\mathfrak{X}, \lambda) \otimes_A k$$

が与えられているものとする。このとき，命題1により C' の $S' = \operatorname{Spec} A'$ 上の deformation $\mathcal{C}'$ が存在するが，その special fibre $\mathcal{C}'_{s'}$ は

$$\mathcal{C}'_{s'} \simeq C_0 \otimes_k k'$$

となっていると仮定する。このとき，S 上の curve $\mathcal{C}$ と同型

$$\phi : (J(\mathcal{C}), \lambda(\mathcal{C})) \xrightarrow{\sim} (\mathfrak{X}, \lambda),$$

$$f : \mathcal{C} \otimes_A A' \xrightarrow{\sim} \mathcal{C}'$$

が存在し，$\phi \otimes_A K' = \psi$，$J(f) = \phi \otimes_A A'$ となる。

<u>証明</u>. 任意の整数 n (≥ 0) に対し，$A_n = A/\mathfrak{m}_A^{n+1}$，$S_n = \operatorname{Spec} A_n$，$A'_n = A'/\mathfrak{m}_A^{n+1}A'$，$S'_n = \operatorname{Spec} A'_n$ とおく。更に，$C'_n = \mathcal{C}' \times_{S'} S'_n$，$(X_n, \lambda_n) = (\mathfrak{X}, \lambda) \times_S S_n$，$(X'_n, \lambda'_n) = (\mathfrak{X}, \lambda) \times_S S'_n$ とおく。$n = 0$ のとき，C_0 が与えられているわけで，n に関する帰納法により，n に対し，S_n 上の curve C_n で $C_n \times_{S_n} S'_n \simeq C'_n$，$(J(C_n), \lambda(C_n)) \simeq (X_n, \lambda_n)$ となるものが得られたとする。このとき，

$\mathcal{L}(* ; S_n \to S_{n+1})$，$\mathcal{L}(**, S'_n \to S'_{n+1})$ によりそれぞれ，$*$

の S_{n+1} 上への lifting 全体，夫々の S'_{n+1} 上への lifting 全体とすれば，Grothendieck の議論（SGA 1, Ex. III）によって，lifting space の base point を適当に決めることにより，次の可換な図式

$$\begin{tikzcd}[column sep=small]
 & \mathcal{L}(C'_n;S'_n\to S'_{n+1}) \arrow[rr, hook, "J"] \arrow[d, phantom, "\wr"] & & \mathcal{L}(X'_n;S'_n\to S'_{n+1}) \arrow[d, phantom, "\wr"] \\
 & H^1(C_0,\check{\Omega}_{C_0})\otimes_k(\mathfrak{m}_A^{n+1}A'/\mathfrak{m}_A^{n+2}A') \arrow[rr, hook, "j\otimes 1"] & & H^1(X_0,\check{\Omega}_{X_0})\otimes_k(\mathfrak{m}_A^{n+1}A'/\mathfrak{m}_A^{n+2}A') \\
\mathcal{L}(C_n;S_n\to S_{n+1}) \arrow[rr, hook, "J"] \arrow[ruu] \arrow[d, phantom, "\wr"] & & \mathcal{L}(X_n;S_n\to S_{n+1}) \arrow[ruu] \arrow[d, phantom, "\wr"] & \\
H^1(C_0,\check{\Omega}_{C_0})\otimes_k(\mathfrak{m}_A^{n+1}/\mathfrak{m}_A^{n+2}) \arrow[rr, hook, "j\otimes 1"] \arrow[ruu] & & H^1(X_0,\check{\Omega}_{X_0})\otimes_k(\mathfrak{m}_A^{n+1}/\mathfrak{m}_A^{n+2}) \arrow[ruu] &
\end{tikzcd}$$

を得る。ここで，J は Torelli map，j は積写像

$$H^0(C_0,\Omega_{C_0})\otimes H^0(C_0,\Omega_{C_0})\longrightarrow H^0(C_0,\Omega_{C_0}^{\otimes 2})$$

を dualize したものであり，C_0 が non-hyperelliptic であることから，injective である。この図式において，$H^1(X_0,\check{\Omega}_{X_0})\otimes_k(\mathfrak{m}_A^{n+1}A'/\mathfrak{m}_A^{n+2}A')$ の中で，

$$\left(H^1(C_0,\check{\Omega}_{C_0})\otimes_k(\mathfrak{m}_A^{n+1}A'/\mathfrak{m}_A^{n+2}A')\right)\cap\left(H^1(X_0,\check{\Omega}_{X_0})\otimes_k(\mathfrak{m}_A^{n+1}/\mathfrak{m}_A^{n+2})\right)$$
$$= H^1(C_0,\check{\Omega}_{C_0})\otimes(\mathfrak{m}_A^{n+1}/\mathfrak{m}_A^{n+2}) \quad ;$$

即ち，$\mathcal{L}(X'_n:S'_n\to S'_{n+1})$ の中において，

$$\mathcal{L}(C'_n;S'_n\to S'_{n+1})\cap\mathcal{L}(X_n;S_n\to S_{n+1})=\mathcal{L}(C_n;S_n\to S_{n+1})$$

であるから，S_{n+1} 上の curve C_{n+1} で

$$C_{n+1} \times_{S_{n+1}} S_n \simeq C_n, \quad C_{n+1} \times_{S_{n+1}} S'_{n+1} \simeq C'_{n+1},$$
$$(J(C_{n+1}), \lambda(C_{n+1})) \simeq (X_{n+1}, \lambda_{n+1})$$

なるものが存在する。以上により curve の系 $\{C_n/S_n\}$ が得られたわけであり，この系は S 上の curve $\mathscr{C}$ を決める。

この命題より，容易に次の系を得る。

<u>系 4</u>. $(A, \mathfrak{m}_A)$ を discrete valuation ring, $k = A/\mathfrak{m}_A$, $K = f.f.(A)$ とし，A は条件 "K のかってな ~~finite~~ algebraic extension M において，その integral closure は finite A-module である" を満すものと仮定する。L を与えられた K 上の finite algebraic extension, B を A 上の L における discrete valuation ring であり，$l = B/\mathfrak{m}_B$ とおく。更に，k' を k 上有限生成な拡大で，k の k' における algebraic closure は k 上 separable であるとし，l' は k' と l を含み $l' = k'l$ とする。

$(\mathfrak{X}, \lambda)$ を Spec A 上の principally polarized abelian scheme, C' を L 上の complete non-singular curve, C_0 を k' 上の complete non-singular non-hyperelliptic curve とし，同型写像

$$\psi : (J(C'), \lambda(C')) \longrightarrow (\mathcal{X}, \lambda) \otimes_A L$$

が与えられているとする。このとき、命題1により、C' の Spec B 上の deformation $\mathcal{C}'$ が存在するが、その special fibre を

$$C_0' = \mathcal{C}' \otimes_B \ell$$

とおくとき、

$$C_0 \otimes_{k'} \ell' \simeq C_0' \otimes_\ell \ell',$$

$$(\mathcal{X}, \lambda) \otimes_A k' \simeq (J(C_0), \lambda(C_0))$$

となっているものとする。このとき、その中における K の algebraic closure が K 上 separable となる K の有限生成な拡大体 K′ と、K′ 上の curve C で、$L' = K'L$ とおくとき、

$$C' \otimes_L L' \simeq C \otimes_{K'} L',$$

$$(J(C), \lambda(C)) \simeq (\mathcal{X}, \lambda) \otimes_A K'$$

となるものが存在する。

<u>定理 I の証明</u>. C を標数 p (>0) の体上定義された genus g (≥2) の complete non-singular non-hyperelliptic curve とする。明らかに、k_C は $k_{(J(C), \lambda(C))}$ 上の高々 purely inseparable な拡大であり、従って、求める等式を得る為には、この

inseparability がおとせればよい。

(X, λ) を K 上定義された principally polarized abelian variety で、$(X, \lambda) \sim (J(C), \lambda(C))$ となっているものとする。このとき、C は K 上有限次拡大体 L 上定義されているものと仮定して差し支えない。ここで、$H_{g,1}$ を linear rigidification をもつ次元 g の principally polarized abelian scheme の fine moduli scheme（[4]参照）としたとき、(X, λ) の linear rigidification を適当に決めることにより、それは $H_{g,1}$ 上の K-rational point x を決める。ここで $K = k(x)$ として差し支えない。T を x の $H_{g,1}$ における locus とし、$H_{g,1}$ 上の universal abelian scheme を T 上に制限したものを (Z, Λ) とおく。このとき、

$$(Z, \Lambda)_x \simeq (X, \lambda)$$

である。ここで、T の simple closed point t で、$(Z, \Lambda)_t$ が non-hyperelliptic curve の polarized jacobian variety と geometrically isomorphic となっているものを選ぶ。$A = \mathcal{O}_{T,t}$ とおけば、A は regular local ring であり、$A/\mathfrak{m}_A$ は有限体（それを $\mathbb{F}_q$ $(q=p^n)$ と

おく), $f.f.(A) = K$ となっている。更に,

$(\mathfrak{X}, \Lambda) = (Z, \Lambda) \times_T \operatorname{Spec} A$ とし, $\{t_1, \cdots, t_r\}$ を A の regular parameter とするとき,

$$A^{(r)} = A_{(t_r)}, \quad A_r = A/(t_r), \quad f.f.(A_r) = K_r,$$

$$A^{(r-1)} = (A_r)_{(t_{r-1})}, \quad A_{r-1} = A_r/(t_{r-1}) = A/(t_r, t_{r-1}), \quad f.f.(A_{r-1}) = K_{r-1},$$

$$\cdots\cdots$$

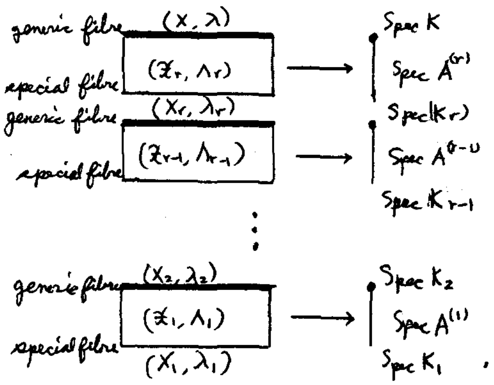
$$A^{(1)} = (A_2)_{(t_1)}, \quad A_1 = A_2/(t_1) = A/(t_r, \cdots, t_1) = \overline{\mathbb{F}}_q, \quad f.f.(A_1) = K_1 = \overline{\mathbb{F}}_q$$

とおき,

$$(\mathfrak{X}_i, \Lambda_i) = (\mathfrak{X}_i, \Lambda) \otimes_A A^{(i)},$$

$$(X_i, \lambda_i) = (\mathfrak{X}, \Lambda) \otimes_A K_i$$

とおく。このとき,次の様な deformation の鎖を得る。



次に, $B^{(r)}$ を discrete valuation ring $A^{(r)}$ の L への一つの拡張とし, $L_r = B^{(r)}/\mathfrak{m}_{B^{(r)}}$ とおく。$B^{(r-1)}$ を $A^{(r-1)}$ の

L_r への拡張とし，$L_{r-1} = B^{(r-1)}/\mathfrak{m}_{B^{(r-1)}}$ とおき，以下同様にして，体と valuation ring

$$L_r,\ L_{r-1},\ \dots,\ L_1\ ;\ B^{(r)},\ B^{(r-1)},\ \dots,\ B^{(1)}$$

を得る。更に，命題 1 を用いれば，次々に，smooth curve

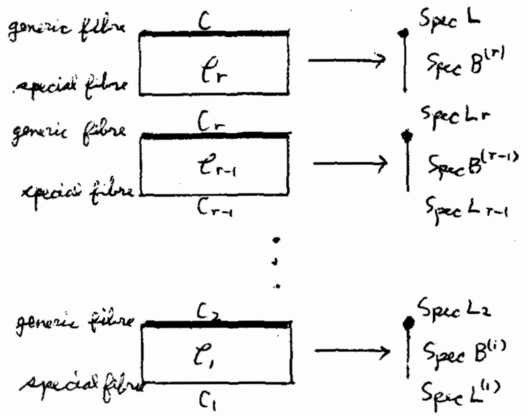
$$\mathcal{C}_r/\mathrm{Spec}\,B^{(r)},\ \mathcal{C}_{r-1}/\mathrm{Spec}\,B^{(r-1)},\ \dots,\ \mathcal{C}_1/\mathrm{Spec}\,B^{(1)}$$

を得，

$$\mathcal{C}_r \otimes_{B^{(r)}} L \simeq C,\ \mathcal{C}_r \otimes_{B^{(r)}} L_r \simeq \mathcal{C}_{r-1} \otimes_{B^{(r-1)}} L_r,\ \dots,\ \mathcal{C}_2 \otimes_{B^{(2)}} L_2 \simeq \mathcal{C}_1 \otimes_{B^{(1)}} L_2,$$

$$(J(\mathcal{C}_r), \lambda(\mathcal{C}_{r-1})) \simeq (\mathfrak{X}_r, \Lambda_r) \otimes_{A^{(r)}} B^{(r)},\ \dots,\ (J(\mathcal{C}_1), \lambda(\mathcal{C}_1)) \simeq (\mathfrak{X}_1, \Lambda_1) \otimes_{A^{(1)}} B^{(1)}$$

となる。従って，$\mathcal{C}_i \otimes_{B^{(i)}} L_i = C_i$ とおけば，次の様な鎖を得る。



ここで，C_1，$(\mathfrak{X}_1, \Lambda_1)$ と separable extension L_1/K_1 に系 4 を適用すれば，その中での K_2 の algebraic closure

がK_2上 separable であるようなK_2上有限生成な拡大体K_2'と，K_2'上定義された curve C_2'を得，$L_2'=K_2'L_2$とするとき，

$$C_2\otimes_{L_2}L_2' \simeq C_2'\otimes_{K_2'}L_2',$$
$$(J(C_2'),\lambda(C_2')) \simeq (\mathscr{X}_2,\Lambda_2)\otimes_{A_2}K_2'$$

となる。再び，C_2，$(\mathscr{X}_2,\Lambda_2)$と$K_2'/K_2$に系4を適用し，同様な議論を続ければ，最終的に，その中でのKの algebraic closure がK上 separable であるような，K上有限生成な拡大体K'と，K'上定義された curve C'で，

$$(J(C'),\lambda(C')) \simeq (\mathscr{X},\lambda)\otimes_k K'$$

となるものが得られ，我々の証明が完了する。

定理II を証明する為に，次の命題を準備する。

命題 5. Cを標数0の体上定義された complete non-singular curve とし，Cは automorphism を identity 以外に持たないとする。このとき，$(X,\lambda)_{/K}\sim(J(C),\lambda(C))$ならば，$K$上の curve C'が存在し，$C'\sim C$かつ$(J(C'),\lambda(C'))\simeq(X,\lambda)$となる。

証明. Cの定義体をLとするとき，LはK

K の finite Galois extension としてよい。$Gal(L/K)=G$ とおく。このとき，任意の $\sigma\in G$ に対し，

$$(J(C^\sigma),\lambda(C^\sigma))\simeq(J(C),\lambda(C))$$

であり，従って，Torelli の定理により，geometric isomorphism

$$\lambda_\sigma : C\to C^\sigma$$

を得る。ところで，C は identity 以外に automorphism を持たないことから，λ_σ は L 上定義され，更に cocycle condition

$$\lambda_\tau^\sigma\cdot\lambda_\sigma=\lambda_{\tau\sigma}\qquad(\tau,\sigma\in G)$$

が成り立つ。従って，descent の理論により，K 上の curve C' の存在を得る。

<u>定理Ⅱの証明</u>．(X,λ) を k 上定義された 3 次元の principally polarized abelian variety とする。定理Ⅰにおける証明と同様に，$H_{3,1}$ を linear rigidification をもつ 3 次元の principally polarized abelian scheme の fine moduli scheme とする。(X,λ) の linear rigidification ϕ を適当に決め，(X,λ,ϕ) の決める $H_{3,1}$ の k-rational point を α とおく。ここで，また $k=\mathbb{k}(\alpha)$ としてよい。$A=\mathcal{O}_{H_{3,1},\alpha}$ とおき；

$H_{3,1}$ の universal abelian scheme を Spec A に制限したものを $(\mathfrak{X}, \Lambda)$ とおけば，$(\mathfrak{X}, \Lambda)\otimes_A k \simeq (X, \lambda)$ であり，$(\mathfrak{X}, \Lambda)$ の generic fibre は，generic な genus 3 の curve の polarized jacobian variety と geometrically isomorphic になっている。従って，命題5と系2を用いて，我々の結果を得る。尚，この証明の基本的なアイディアは Oort-Ueno [6] のそれと同じものである。

文献

[1] P. Deligne and D. Mumford, The irreducibility of the space of curves of given genus, Publ. Math. 36 (Volume dedicated to O. Zariski), I.H.E.S. (1969), 75-109.

[2] A. Grothendieck et al, Séminaire de géométrie algébrique 1, Lecture notes in Math. 224, Springer-Verlag, Heidelberg, 1971. Refered to as SGA1.

[3] S. Koizumi, The fields of moduli for polarized abelian varieties and for curves, Nagoya Math. J., 48 (1972), 37-55.

[4] D. Mumford, Geometric invariant theory, Ergebnisse, Springer-Verlag, Heidelberg, 1965.

[5] F. Oort, Finite group schemes, local moduli for

abelian varieties and lifting problems, algebraic geometry, Oslo 1970, Proceedings of the 5th Nordic Summer School in Math., edited by F. Oort.

[6] F. Oort and K. Ueno, Principally polarized abelian varieties of dimension two or three are Jacobian varieties, J. Fac. Sci. Univ. Tokyo, Section IA, Math. 20 (1973), 377-381.

[7] G. Shimura, On the field of rationality for an abelian variety, Nagoya Math. J., 45 (1972), 167-178.